МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ТГПУ)

Утверждаю
____________/Макаренко А. Н./
декан физико-математического факультета
«____» ______________2013 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б.2.01 «МАТЕМАТИКА»

ТРУДОЁМКОСТЬ(В ЗАЧЁТНЫХ ЕДИНИЦАХ) _____15______

Направление:230400.62 – информационные системы и технологии

Степень (квалификация) выпускника – бакалавр

1. Цели изучения дисциплины:

Целью дисциплины является формирование того аспекта математической культуры студента педагогического университета, который определяется фундаментальными понятиями линейной алгебры. Этот курс является необходимым компонентом фундаментальной подготовки математиков.

Основной задачей изучения дисциплины является развитие логического мышления и способности оперировать абстрактными объектами, овладение техникой математических рассуждений и доказательств.

2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы.

Дисциплина «Математика» относится к числу дисциплин математического и естественно-научного цикла(базовой части). Она является неотъемлемой частью профессионального математического образования студента.Дляосвоения данной дисциплины требуются математические знания, полученные в ходе освоения школьной программы.

Усвоение этой дисциплины необходимо для успешного освоения следующих учебных дисциплин:«Вычислительная геометрия», «Избранные главы геометрии»,«Математические основы информатики».

3.Требования к уровню освоения содержания дисциплины

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций:

Общекультурные компетенции (***ОК***):

- владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу и восприятию информации (ОК 1);
- умение применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для интеллектуального развития, повышения культурного уровня (ОК 5);
- владение широкой общей подготовкой (базовыми знаниями) для решения практических задач в области информационных систем и технологий (ОК 6);
- готовность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-10).

Профессиональные компетенции (***ПК***):

- способность проводить моделирование процессов и систем (ПК 5);
- способность проводить сбор, анализ научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследования (ПК 23);
- способность обосновывать правильность выбранной модели, сопоставляя результаты экспериментальных данных и полученных решений (ПК-25)
- способность использовать математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований (ПК-26).

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- основы теории матриц и определителей;
- основные понятия теории линейных пространств и линейных операторов.

Уметь:

- использовать основы теории матриц и определителей при исследовании систем линейных уравнений;
- использовать понятия теории линейных пространств и линейных операторов при решении задач.

Владеть:

- навыками самостоятельной работы и умением находить и перерабатывать дополнительную информацию в прикладных задачах.

4. Общая трудоемкость дисциплины 15 зачётных единиц и виды учебной работы.

Вид учебной работы	Трудоемкость (в соответствии с учебным планом) (час)	Распределение по семестрам (в соответствии с учебным планом) (час)		
	540	1	2*	3*
Аудиторные занятия	236 (в том числе в интеракт. – 26)	76 (в том числе в интеракт. – 8)	84 (в том числе в интеракт. – 10)	76 (в том числе в интеракт. – 8)
Лекции	118	38	42	38
Практические занятия	118	38	42	38
Семинары				
Лабораторные работы				
Другие виды аудиторных работ				
Другие виды работы				
Самостоятельная работа	250	77	96	77
Курсовой проект (работа)				
Реферат				
Расчетно-графические работы				
Формы текущего контроля				
Вид промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом	54	Экзамен (27)	Зачёт	Экзамен (27)

* – в этих семестрах данная дисциплина обеспечивается кафедрой математического анализа.

5. Содержание учебной дисциплины

5.1. Разделы учебной дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (темы)	Аудиторные часы					Самостоятельная работа (час)
		ВСЕГО	лекции	практические (семинары)	Лабораторные	В т.ч. интерактивные формы обучения (не менее 10%)	
1.	Матрицы и определители	32	16	16		2	20
2.	Линейные пространства	12	6	6		2	17
3.	Системы линейных уравнений	20	10	10		2	20
4.	Линейные операторы	12	6	6		2	20
	Итого:	76 / 2,1з.ед.	38	38		**8 / 10,5%**	77

5.2. Содержание разделов учебной дисциплины

№	Тема	Содержание
1.	Матрицы и определители	Определение. Виды матриц. Операции над матрицами.Определители второго и третьего порядков. Перестановки и подстановки. Инверсия. Член определителя n-ого порядка. Определение и свойства определителя n-ого порядка. Минор и его алгебраическое дополнение. Теорема Лапласа и её следствия. Вырожденные и невырожденные матрицы. Обратная матрица. Критерий обратимости матриц.
2.	Линейные пространства	Определение и примеры линейных пространств. Линейная зависимость.Критерий линейной зависимости и следствия из неё. Теорема о двух системах. Базис и размерность.Линейное подпространство. Операции над подпространствами. Изоморфизм линейных пространств. Свойства систем векторов в векторных пространствах. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
3.	Системы линейных уравнений	Система из n линейных уравнений с n неизвестными. Правило Крамера. Критерий совместности системы. Различные алгоритмы нахождения ранга матрицы. Элементарные преобразования матриц. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Однородные системы. Фундаментальные системы решений однородной системы линейных уравнений.
4.	Линейные операторы	Определение и примеры. Ядро и образ, ранг и дефект линейного оператора. Операции над линейными операторами и их свойства. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.

5.3. Тематика практических занятий.

№ п/п	№ раздела дисциплины из табл. 5.1	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоёмкость (час.)
1.	Матрицы и определители	Матричные вычисления.Определение чётности перестановки. Свойства перестановок.Определение знака члена определителя. Определители второго и третьего порядков. Определение и свойства определителя n-ого порядка. Минор и его алгебраическое дополнение. Применение теоремы Лапласа и её следствия для вычисления определителей. Различные алгоритмы нахождения обратной матрицы.	10
2.	Линейные пространства	Примеры и свойства линейных пространств. Простейшие свойства отношения линейной зависимости.Применение теоремы о двух системах. Примеры базисов линейного пространства. Линейная оболочка и её свойства. Операции над подпространствами. Определение	6

		линейной зависимости с использованием изоморфизмалинейных пространств. Определение ранга системы векторов.	
3.	Системы линейных уравнений	Правило Крамера. Элементарные преобразования матриц. Различные алгоритмы нахождения ранга матрицы. Исследование систем линейных уравнений различными алгоритмами. Метод Гаусса. Исследование однородных систем линейных уравнений. Нахождение фундаментальной системы решений однородной системы.	10
4.	Линейные операторы	Примеры линейных операторов в различных линейных пространствах. Определение ядра и образа, ранга и дефекта линейного оператора. Операции над линейными операторами. Вычисление матрицы линейного оператора в заданном базисе. Связь матриц в разных базисах. Нахождение собственных векторов и собственных значений линейных операторов. Диагонализируемость матрицы.	12

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины
6.1. Основная литературапо дисциплине:

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов/Д. В. Беклемишев. – Изд. 11-е, испр. – М.:Физматлит,2007.– 159с.
2. Турецкий В. Я. Математика и информатика: учебное пособие для вузов / В. Я. Турецкий. – 3-е изд., перераб. и доп. – М: ИНФРА-М, 2008. – 557с.

6.2. Дополнительная литература:

1. Ильин В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учебник для вузов/В. А. Ильин, Г. Д. Ким. – 2-е изд. – М.: Издательство МГУ,2002. – 319 с.
2. Ким Г. Д. Алгебра и аналитическая геометрия: Теоремы и задачи: Учебное пособие/Г. Д. Ким, Л. В. Крицков; Под ред. В. А. Ильина. – М.:Зерцало. Т. 1. – 2003. – 430 с.

6.3. Средства обеспечения освоения дисциплины

1. Кострикин А. И. Введение в алгебру: в 3-х частях. Ч. 1. Основы алгебры / А. И. Кострикин//Электронно-библиотечная система «КнигаФонд». URL: http://www.knigafund.ru/books/57817 (дата обращения: 20.08.2013)
2. Кострикин А. И. Введение в алгебру: в 3-х частях. Ч. 2. Линейная алгебра / А. И. Кострикин//Электронно-библиотечная система «КнигаФонд». URL: http://www.knigafund.ru/books/57818 (дата обращения: 20.08.2013)
3. Шафаревич И. Р. Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие / И. Р. Шафаревич, А. О. Ремизов //Электронно-библиотечная система «КнигаФонд». URL: http://www.knigafund.ru/books/106330 (дата обращения: 20.08.2013)
4. Математический интернет-портал «Вся математика»: http://www.allmath.ru .
5. Образовательный математический сайтhttp://www.exponenta.ru.
6. Фонд знаний «Ломоносов» http://www.lomonosov-fund.ru/enc/ru/library:0135770.
7. Интернет-тест по математике: http://www.mathtest.ru

6.4. ***Материально- техническое обеспечение дисциплины.***

№	Наименование	Наименование материалов	Наименование технических и

п/п	раздела (темы) учебной дисциплины	обучения, пакетов программного обеспечения	аудиовизуальных средств, используемых с целью демонстрации материалов
1	1, 2, 3, 4 (см. таб. 5.1)	Табличныйпроцессор (Microsoft Office Excel / OpenOffice.org Calc). Математические пакеты Mathcad и Mathematica.	Мультимедийный компьютерный класс, интерактивная доска, наличие локальной и глобальной сети.

7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

7.1. Методические рекомендации преподавателю

В данном учебном курсе в качестве основных выступает идея линейности и координат. Данный курс реализуется посредством чтения лекций, проведения практических занятий и консультаций. С целью выработки у студентов навыков самостоятельной работы с литературой, некоторые вопросы излагаются в обзорном порядке. Предполагается, что отдельные выводы и доказательства будут проведены самостоятельно, с последующим отчетом на консультации.

7.2. Методические рекомендации для студентов

Студентам рекомендуется после лекции самостоятельно прорабатывать полученный материал, отмечая непонятные места. С вопросами нужно обращаться к преподавателю на консультации или следующей лекции. После каждого практического занятия студенты получают домашнее задание, обязательное для выполнения. Выполнение домашних и самостоятельных работ влияет на оценку на экзамене. Курс «Математика» входит в цикл дисциплин, обеспечивающих профессиональную подготовку по направлению «Информационные системы технологии».Предполагается, что знания, приобретенные при изучении данного курса, помогут студенту успешно осваивать общие и специальные дисциплины в процессе обучения по данному направлению.

8. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

8.1. Тематика рефератов.

Не предусмотрено.

8.2. Вопросы и задания для самостоятельной работы.

1-й семестр

1. Запишите матрицы$A = (a_{ij})_{3\times3}$ и $B = (b_{ij})_{2\times4}$, элементы которых определяются по формулам:
а) $a_{ij} = i + j$; **б**) $a_{ij} = ij$; **в**) $a_{ij} = i^2j + ij^2$.

2. Найдите, если это возможно, $A + B$; $A – B$; AB, BA, A^{T}, B^{T}, $B^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}}$:

а) $A=\begin{pmatrix}3 & -2 & -1\\ 4 & -1 & -3\\ 2 & -1 & -1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix}$ **б**) $A = (1\ \ –2\ \ 5\ \ 3)$ $B=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & 0\\ 2 & 4\\ 1 & -5\end{pmatrix}$ **в**) $A=\begin{pmatrix}4\\ -2\\ 3\end{pmatrix}$ $B = (1\ \ 0\ \ 5)$

г) $A=\begin{pmatrix}\cos\varphi & -\sin\varphi\\ \sin\varphi & \cos\varphi\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\ -\sin\varphi & \cos\varphi\end{pmatrix}$ **д**) $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$

3. Вычислите:

а) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}^3$ **б)** $\begin{pmatrix} -5 & 5 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}^n$ **в)** $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^n$ **г)** $\begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}^n$

4. Найдите матрицы второго порядка, квадраты которых равны единичной матрице.

5. Найдите $f(A)$, если

а) $f(x) = x^2 - 2x + 5$ **б)** $f(x) = x^2 - 5x + 10$

$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ **в)** $f(x) = x^2 - 2x + 3$ **г)** $f(x) = x^2 - 6x + 9$

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

6. Найдите все матрицы, перестановочные с матрицей A.

а) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ **б)** $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **в)** $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

7. Определите число инверсий в перестановках:
(23541); (196325478); (631254).

8. Выясните, какие из данных произведений входят в определители соответствующих порядков и с каким знаком.
$a_{43}a_{21}a_{35}a_{12}a_{54}$; $a_{27}a_{36}a_{51}a_{74}a_{25}a_{43}a_{62}$; $a_{61}a_{23}a_{45}a_{36}a_{12}a_{54}$;
$a_{12}a_{23}a_{34}\ldots a_{n-1,\,n}a_{kk}$, где $1 \le k \le n$.

9. Сколько инверсий образует 1, стоящая на k-том месте перестановки?

10. Найдите коэффициенты при x^4 и при x^3 в определителях:

$\begin{vmatrix} 5x & 1 & 2 & 3 \\ x & x & 1 & 2 \\ 1 & 2 & x & 3 \\ x & 1 & 2 & 2x \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 & 2x \\ x & x & 1 & 2 \\ 1 & 2 & x & 3 \\ x & 0 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

11. Найдите, при каких значениях i и j данное произведение имеет отрицательный знак:
$a_{21}a_{1i}a_{5j}a_{43}a_{32}$?

12. Вычислите, пользуясь определением:

а) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{vmatrix}$; **б)** $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ 0 & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & a_{nn} \end{vmatrix}$; **в)** $\begin{vmatrix} a & 3 & 0 & 5 \\ 0 & b & 0 & 2 \\ 1 & 2 & c & 3 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$; **г)** $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & e_2 \\ a_3 & b_3 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & b_4 & 0 & 0 & 0 \\ a_5 & b_5 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$; **д)** $\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & a_{22} & \ldots & 0 \\ 0 & \ldots & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{nn} \end{vmatrix}$.

13. Чему может быть равен $\det A_n$, в котором только n элементов отличны от нуля?

14. Вычислите определители 2-го порядка:

а) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ **б)** $\begin{vmatrix} ab & ac \\ bd & cd \end{vmatrix}$ **в)** $\begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$ **г)** $\begin{vmatrix} n+1 & n \\ n & n+1 \end{vmatrix}$ **д)** $\begin{vmatrix} a & c+di \\ c-di & b \end{vmatrix}$ **е)** $\begin{vmatrix} a^2+ab+b^2 & a^2-ab+b^2 \\ a+b & a-b \end{vmatrix}$ **ж)** $\begin{vmatrix} \log_b a & 1 \\ 1 & \log_a b \end{vmatrix}$ **з)** $\begin{vmatrix} a+bi & c+di \\ -c+di & a-bi \end{vmatrix}$ **и)** $\begin{vmatrix} 2+a & 1+b \\ a & b \end{vmatrix}$ **к)** $\begin{vmatrix} 131 & 231 \\ -130 & -230 \end{vmatrix}$

15. Вычислите определители 3-го порядка:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{vmatrix}$ **б)** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ **в)** $\begin{vmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -5 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 7 \end{vmatrix}$ **г)** $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ **д)** $\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & c & d \\ 0 & c & 0 \end{vmatrix}$ **е)** $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$ **ж)** $\begin{vmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ -1 & a_2 & 1 \\ 0 & -1 & a_3 \end{vmatrix}$ **з)** $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1+i \\ 0 & 1 & i \\ 1-i & -i & 1 \end{vmatrix}$

16. Являются ли линейными пространствами:
а) **Z** над полем **R**; б) **C** над полем **R**; в) **R**над полем **C**.

17. Выясните, какие из систем векторов являются линейно зависимыми.
а) **a** = (2, 3, 5),**b** = (–2, –3, –5); б) **a** = (2, 3, 5),**b** = (–2, –3, –6);
в) **a** = (2, 3, 5),**b** = (2, 3, 5), **c** = (–2, –3, –6); г) **a** = $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, **b** = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

18. Выразите один из векторов каждой системы через другие.
а) **a** = 3i, **b** = ½; **c** = –4 – 6i;
б) $\mathbf{a}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{c}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{d}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;
в) $f_1(x) = 1$, $f_2(x) = 3x$, $f_3(x) = \frac{1}{2}x^2$, $f_4(x) = 2 + x + x^2$.

19. Найдите все базисы следующих систем векторов.
а) **a** = (1, 1), **b** = (1, 2), **c** = (1, 3);
б) $\mathbf{a}=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{c}=\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$; в) $\mathbf{a}=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{c}=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$;
г) **a** = 3i, **b** = ½; **c** = –4 – 6i; д) **a** = –1 + 2i, **b** = 1 – 2i; **c** = ½ – i;
е) $f_1 = 2$, $f_2 = x - 2x^2$, $f_3 = -2x + 4x^2$.

20. Исследуйте следующие системы линейных уравнений двумя алгоритмами.
а) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 + 17x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$

21.Найдите фундаментальные системы решений для следующих систем:
а) $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 = 0 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

22. Пусть φ_i – отображения пространства $\langle \mathbf{R}^2, +, \circ \rangle$ в пространство $\langle \mathbf{R}^3, +, \circ \rangle$. Будут ли эти отображения линейными операторами? Будут ли эти отображения инъективными и сюръективными?
а) $\varphi_1((x_1, x_2)) = (x_1, x_2, x_1)$;
б) $\varphi_2((x_1, x_2)) = (x_1, x_2, x_1+x_2)$;
в) $\varphi_3((x_1, x_2)) = (x_1, x_2, x_1x_2)$.

23. Пусть $\langle P_n[x], +, \circ \rangle$ – пространство многочленов, степени не выше n. Покажите, что отображение D: $P_n[x] \to P_n[x]$, определённое правилом:$Df = f'$ является линейным оператором.

24. Пусть задан некоторый линейный оператор $\hat{A}$, пространства
а) $\langle \mathbf{R}^2, +, \circ \rangle$, который переводит базисные вектора (0, 1) и (1, 1) в (2, 3) и (4, 6) соответственно. Куда этот оператор переведёт вектор (3, 4)?
б) $\langle P_2[x], +, \circ \rangle$, который переводит базисные многочлены x^2, $2x$ и 1 в x, $2x + 1$ и $-x^2 + x$ соответственно. Куда этот оператор переведёт многочлен $2x^2 - 2x + 1$?
в) $\langle M_2(\mathbf{R}), +, \circ \rangle$, который переводит базисные матрицы

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ в $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ соответственно. Куда этот оператор переведёт матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$?

8.3. Вопросы для самопроверки.

1-й семестр

1. Какие матрицы можно складывать?
2. Для каких матриц определена операция умножения?
3. Какая бинарная операция над матрицами не обладает свойством коммутативности?
4. Какая матрица называется транспонированной к заданной?
5. Какие элементы образуют инверсию в следующей перестановке (13425687)?
6. Что называется членом определителя 5-го порядка?
7. Является ли произведение $a_{21}a_{12}a_{34}a_{43}a_{56}a_{61}$ членом определителя шестого порядка? Ответ обоснуйте.
8. Какой знак имеет следующий член определителя 4-го порядка $a_{12}a_{34}a_{43}a_{21}$?
9. При каких преобразованиях знак определителя меняется на противоположный?
10. Для каких матриц существует обратная матрица?
11. Для каких систем линейных уравнений применимо правило Крамера?
12. Какие преобразования над строками матрицы называются элементарными?
13. Какие операции определены в линейном пространстве?
14. Какая система называется линейно зависимой?
15. При каких условиях система из двух элементов является линейно независимой?
16. Что называется базисом системы?
17. Из скольких элементов состоит любой базис линейного пространства квадратных матриц второго порядка?
18. Что называется линейным подпространством?
19. Что такое окаймляющий минор?
20. В чём различие главных и свободных переменных в общем решении системы линейных уравнений?
21. Что называется фундаментальной системой решений однородной системы?
22. Какое отображение называется линейным оператором?
23. Что такое дефект линейного оператора?
24. Какой вектор называется собственным вектором линейного оператора?

8.4. Примеры тестов.

1-й семестр

1.	Какие из следующих матриц можно складывать: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$?		
	A и B	A и C^T	B^T и C
2.	Какая из следующих матриц является единичной?		
	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
3.	Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Какое из произведений матриц имеет смысл?		
	AB	BA	AC

4.	Какие из следующих матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ являются делителями нуля?		
	A и *B*	*A* и *C*	*B* и *C*
5.	Какое из следующих произведений не является членом определителя 5-го порядка?		
	$a_{21}a_{12}a_{34}a_{43}a_{55}$	$a_{21}a_{12}a_{34}a_{41}a_{55}$	$a_{41}a_{12}a_{34}a_{23}a_{55}$
6.	Каков знак данного члена определителя $a_{21}a_{12}a_{55}a_{34}a_{43}$ пятого порядка?		
	положительный	отрицательный	Данное произведение не является членом определителя.
7.	Установите соответствие между определителями и их значениями. 1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$; 2. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \end{vmatrix}$; 3. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}$; 4. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$.		
	□ 0; □ 6; □ –6; □ 12; □ –12.		
8.	Какая матрица является обратной к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$?		
	$\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -7 & -5 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -7 & -3 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$
9.	Дана система линейных уравнений: $\begin{cases} 2x - y + z = -1 \\ 3x + 2y - 3z = 0 \\ x + 3y - 4z = 4 \end{cases}$ Тогда матричная форма записи этой системы имеет вид…		
	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$
10.	Для какой из следующих систем применимо правило Крамера?		
	$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + 3y = 4 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases}$
11.	Какие из следующих алгебраических систем являются линейными пространствами: 1.⟨**Z**, +, ·, **Q**⟩; 2. ⟨**Q**, +, ·, **R**⟩; 3.⟨**R**, +, ·, **Q**⟩?		
	1.	2.	3.
12.	Какая система является базисом линейного пространства ⟨$\mathbf{R}^2$, +, ·, **R**⟩?		
	{(1, 2), (0, 0)}	{(1, 2), (–3, –6)}	{(1, 2), (2, 3)}
13.	Какие координаты имеет вектор (1, 2) в базисе {(1, 0), (1, 1)}?		
	(1, 2)	(–1, 2)	(1, 1)
14.	Чему равен ранг данной системы векторов {(1, 0, 2), (0, 0, 0), (5, 0, 10), (1, 2, 3)}?		
	1	2	3
15.	Какое из подмножеств является линейным подпространством пространства ⟨**R**, +, ·, **Q**⟩?		
	Z	**Q**	$\mathbf{R}^{+}$
16.	Какой минор является окаймляющим для минора $M_{(1,3),(1,3)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ в матрице		

	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$?		
	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$
17.	Какая из матриц является матрицей ступенчатого вида?		
	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
18.	Какие переменные будут свободными в данной системе линейных уравнений $\begin{cases} x+y+z+t=3 \\ y+z+t=0 \end{cases}$?		
	x и *y*	*z* и *t*	*y*, *z* и *t*
19.	Из скольких векторов состоит фундаментальная система решений данной однородной системы: $\begin{cases} x+y-z+t=0 \\ 2y+z-2t=0 \\ z-3t=0 \end{cases}$		
	1	2	3
20.	Какое из следующих отображений является линейным оператором пространства $\langle \mathbf{R}^2, +, \cdot, \mathbf{R} \rangle$ в себя?		
	$\varphi((x, y)) = (xy, y)$	$\varphi((x, y)) = (x + y, 2y)$	$\varphi((x, y)) = (0, y^2)$

8.5.Перечень вопросов для промежуточной аттестации (к экзамену, к зачёту).

Перечень вопросов к экзамену (1-й семестр).

1. Классификация систем линейных уравнений. Геометрическая интерпретация системы из двух линейных уравнений с двумя неизвестными.
2. Матрицы. Виды матриц. Сложение матриц, свойства операции сложения. Умножение матриц на число, свойство операции.
3. Умножение матриц, свойства операции умножения.
4. Определитель *n*-го порядка.
5. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков. Геометрическая интерпретация определителя второго и третьего порядков.
6. Свойства определителей. Разложение определителя по строке (столбцу).
7. Миноры и алгебраические дополнения.
8. Обратная матрица. Критерий существования обратной матрицы.
9. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований над строками.
10. Решение матричных уравнений.
11. Теорема Крамера. Замечание об однородных системах.
12. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера.
13. Арифметическое векторное пространство, определение и примеры.
14. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и линейная независимость системы.

15. Частные случаи линейной зависимости (для систем, состоящих из одного и двух векторов).
16. Критерий линейной зависимости.
17. Базис системы векторов.
18. Теорема о связи двух базисов конечномерного линейного пространства.
19. Теорема о связи координат элемента в различных базисах.
20. Ранг системы векторов.Теорема о ранге эквивалентных систем.
21. Теорема о двух системах и следствия из неё. Теорема о количестве векторов в различных базисах одной системы векторов. Ранг системы векторов.
22. Теорема о ранге матрицы.
23. Критерий равенства нулю определителя.
24. Теорема об окаймляющих минорах.
25. Критерий совместности системы линейных уравнений.
26. Исследование систем линейных уравнений методом Крамера. Обоснование.
27. Элементарные преобразования матриц. Матрицы ступенчатого вида.
28. Исследование систем линейных уравнений методом Гаусса. Обоснование.
29. Определение, примеры и критерий подпространства.
30. Операции над подпространствами. Их свойства
31. Теорема об изоморфизме конечномерных линейных пространств.
32. Теорема о свойствах изоморфизма линейных пространств.
33. Теорема о фундаментальной системе решений.
34. Определение, примеры, простейшие свойства линейных операторов.
35. Ядро и образ, ранг и дефект линейного оператора. Примеры.
36. Матрица линейного оператора в фиксированном базисе.
37. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Их свойства.
38. Теорема о нахождении собственных векторов и собственных значений.

8.6. Темы для написания курсовой работы.
Не предусмотрено.

8.7. Формы контроля самостоятельной работы.

Студенты сдают задания самостоятельной работы на консультациях.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки: **230400.62 – информационные системы и технологии.**

Рабочая программа учебной дисциплины составлена:
К.ф.-м.н., доцент кафедры математики,
теории и методики обучения математике ________________ /А. И. Забарина/

К.ф.-м.н., доцент кафедры математики,
теории и методики обучения математике ________________ /Е. А. Фомина/

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике,
протокол №____ от «___» _________ 2013 г.

Зав. кафедрой ____________________ /Э.Г. Гельфман/

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета
протокол №____ от «___» _________ 2013 г.

Председатель методической комиссии ФМФ _______________ З. А. Скрипко